Prof. Dr. Alfred Toth

Referentielle Zahlen

1. Natürliche Zahlen, zu denen bekanntlich auch die Peanozahlen gehören, werden üblicherweise wie folgt in der Arithmetik eingeführt: „ Wir nehmen als gegeben an: Eine Menge, d.h. Gesamtheit, von Dingen, natürliche Zahlen genannt, mit den nachher aufzuzählenden Eigenschaften, Axiome genannt" (Landau 1930, S. 10). Dem gleichen, rein quantitativen Primzip folgt auch die Einführung der Geometrie Hilberts: „Wir denken drei verschiedene Systeme von Dingen: die Dinge des ersten Systems nennen wir Punkte (...), die Dinge des zweiten Systems nennen wir Geraden (...), die Dinge des dritten Systems nennen wir Ebenen" (1987, S. 2).

2. Obwohl nun Bense bereits in (1975, S. 168 ff.) und (1986, S. 192 ff.) gezeigt hatte, daß sich das Zeichen wie die Zahl durch die Peano-Axiome einführen läßt, schrieb er in seinem Aufsatz „Die Einfürung der Primzeichen": „Die Hypothese, die nun im folgenden in eine These überführt werden soll, besteht in der Behauptung, daß Zahlen (im Sinne dessen, was Peirce als 'ideal state of things' oder Hilbert als 'Gedankendinge' gelegentlich bezeichneten) keine benannten, sondern (im denkenden Bewußtsein) konstruktiv gegebene Zeichen sind (...). D.h., daß unter einer Zahl eine triadische (zeichenanaloge) Relation

ZaR = R(Za(M), Za(O), Za(I))

verstanden wird bzw. daß jede Zahl ein Repertoire (Z(M)), einen Objektbezug (Za(O)) und einen Interpretanten (Za(I)) besitzt" (1980, S. 288).

3. Aus der Definition des Zeichens als Zahl bzw. der Zahl als Zeichen folgt damit natürlich, daß jede Zahl eine vollständige Referenz mit Bezeichnugsfunktion (M → O) und Bedeutungsfunktion (O → I) besitzt. Diese Definition, welche damit nicht mehr rein quantitativ, sondern qualitativ ist, widerspricht also dem Zahlenbegriff der quantitativen Arithmetik. Würde sie tatsächlich funktionieren, müßten nicht nur Gleichungen der Form

1 Apfel + 1 Apfel = 2 Äpfel,

sondern auch solche der Form

1 Apfel + 1 Birne = (2 Früchte)

und

1 Apfel + 1 Uhr = ?

lösbar sein. Dennoch ermöglichte diese Definition der Primzeichen als Zeichenzahlen es Bense später, die eigenreale Zeichenklasse zugleich als Repräsentation des Zeichens und der Zahl zu bestimmen (vgl. Bense 1992).

4. Wirkliche referentielle Zahlen gibt es, wie wir u.a. in Toth (2012 u. 2015) gezeigt hatten, nur bei Anzahlen und Nummern. Anzahlen waren definiert worden als Zeichen,rümpfe die nur über eine Bezeichnungs-, aber keine Bedeutungsfunktion verfügen, während erst Nummern, die auch eine Bedeutungsfunktion haben, die vollständige triadische Zeichenrelation erfüllen:

Zahl := (M)
↓
Anzahl:= (M → (M → O))
↓
Nummer: = (M → ((M → O) → (M → O → I))).

So besitzt eine Anzahl ein abgezähltes Objekt als Referenzobjekt. Eine Nummer, etwa eine Hausnummer, bezeichnet nicht nur ein Referenzobjekt, d.h. ein bestimmtes Haus, sondern auch den Konnex aller Häuser einer bestimmten Straße, insofern die Numerierung der Anordnung der Referenzobjekte folgt. Wie das obige Dreierschema, das ein Inklusionsschema darstellt, jedoch zeigt, ist die quantitative Zahl somit als doppelte Abstraktion von Nummern einerseits und von Anzahlen andererseits definierbar. Umgekehrt kann man Zahlen durch Abbildung auf Referenzobjekte zu Anzahlen und durch Abbildung auf Referenzobjekte und ihre Konnexe zu Nummern generieren.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1986

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, 1980, S. 287-294

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Hilbert, David, Grundlagen der Geometrie. Stuttgart 1987

Landau, Edmund, Grundlagen der Analysis. Leipzig 1930

Toth, Alfred, Nummern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Toth, Alfred, Abbildungen von Anzahlen auf Nummern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2016

18.12.2018